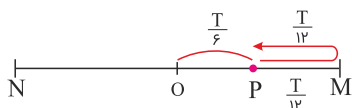




$$A = 5 \text{ cm}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 10\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{5} \text{ (s)}$$

زمان $\frac{1}{30}$ ثانیه برابر $\frac{1}{6}$ دوره است. برای حداقل تندی متوسط نوسانگر باید مطابق شکل از نقطه P به انتهای مسیر رفته و مجدداً به این نقطه بازگردد.



باتوجه به زمان‌های مشخص شده در شکل باید نوسانگر از مکان $\frac{A\sqrt{3}}{2}$ به مکان A رفته و به این نقطه بازگردد.

$$L = 2\left(A - \frac{A\sqrt{3}}{2}\right) = A(2 - \sqrt{3}) = A(2 - 1/7) = 11/7 A$$

$$\bar{s} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{11/7 A}{1/30} = 9 A = 9 \times \frac{5}{100} = 0.45 \text{ m/s} = 45 \text{ cm/s}$$

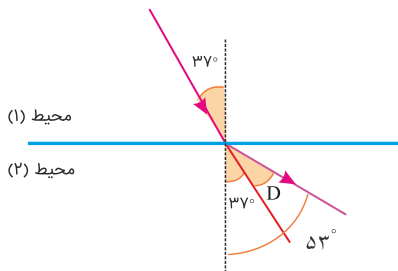
تندی نور در محیط (۱) ۲۵٪ کمتر از تندی نور در محیط (۲) است یعنی:

$$v_1 = v_2 - \frac{25}{100} v_2 \Rightarrow v_1 = \frac{75}{100} v_2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{4}$$

زاویه تابش، زاویه بین خط عمود بر سطح جداکننده و پرتو تابش است پس: $\theta_1 = 37^\circ$

از رابطه $\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1}$ زاویه شکست را به دست می‌آوریم:

$$\sin \theta_2 = \frac{v_2}{v_1} \sin \theta_1 = \frac{4}{3} \times \frac{6}{10} = \frac{8}{10} \Rightarrow \theta_2 = 53^\circ$$



حالا باتوجه به شکل زاویه انحراف را به دست می‌آوریم:

$$D = \theta_2 - \theta_1 = 53^\circ - 37^\circ = 16^\circ$$

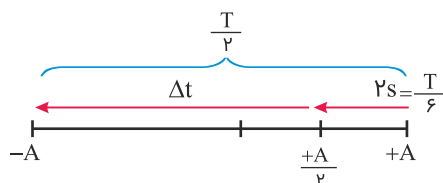
ببینیم در چه فاصله‌ای از بلندگو، شدت صوت برابر آستانه دردناکی است:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow 1 = \frac{48}{4 \times 3 \times r^2} \Rightarrow r^2 = 4 \Rightarrow r = 2 \text{ m}$$

از این فاصله دورتر، شدت صوت کمتر از آستانه دردناکی می‌شود و صوت بدون ایجاد ناراحتی برای شخص، شنیده می‌شود. پس شخص حداقل باید ۱ m دیگر از بلندگو فاصله بگیرد:

$$\Delta r = r - r_0 = 2 - 1 = 1 (\text{m})$$

نمایش حرکت روی محور:



$$\frac{T}{6} = 2s \Rightarrow T = 12s$$

$$\Delta t = \frac{T}{2} - 2 = \frac{12}{2} - 2 = 4s$$

ابتدا شدت صوت را با استفاده از مقدار تراز شدت صوت به دست می‌آوریم:

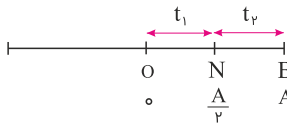
$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 50 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-7} \text{ W/m}^2$$

حالا می‌توانیم با استفاده از رابطه $I = \frac{P}{4\pi r^2}$ ، فاصله از منبع را به دست بیاوریم:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow 10^{-7} = \frac{48 \times 10^{-3}}{4 \times 3.14 \times r^2} \Rightarrow r^2 = 4 \times 10^4 \Rightarrow r = 200 \text{ m}$$

گام اول: مدت زمان طی کردن فاصله AM را برحسب دوره نوسان به دست می آوریم. باتوجه به اینکه فاصله AB برابر با $2A$ است، هریک از فاصله های $AM = MO = ON = NB$ برابر با $\frac{A}{2}$ است.

گام دوم: باتوجه به تقارن حرکت هماهنگ ساده نسبت به نقطه O (مرکز نوسان) مدت زمان طی کردن OM و ON باهم برابر و مدت زمان طی کردن MA و NB نیز باهم برابر است. این زمان ها را به دست می آوریم.



$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow A \cos \omega t_O = 0 \Rightarrow \omega t_O = \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{A}{2} \Rightarrow A \cos \omega t_N = \frac{A}{2} \Rightarrow \omega t_N = \frac{\pi}{3} \\ x = A \Rightarrow A \cos \omega t_B = A \Rightarrow \omega t_B = 0 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \omega t_O - \omega t_N &= \omega(t_O - t_N) = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t_O - t_N = t_1 = \frac{\frac{\pi}{6}}{2\pi} = \frac{T}{12} \\ \omega t_N - \omega t_B &= \omega(t_N - t_B) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_N - t_B = t_2 = \frac{\frac{\pi}{3}}{2\pi} = \frac{T}{6} \end{aligned} \right\} t_2 = 2t_1$$

گام سوم: مدت زمان طی کردن AM یا NB برابر با ۲ ثانیه شده است. پس باتوجه به رابطه بالا مدت زمان طی کردن MB برابر است با:

$$\Delta t = t_{MO} + t_{ON} + t_{NB} = t_1 + t_1 + t_2 = 1 + 1 + 2 = 4$$

ابتدا تندی انتشار موج عرضی در طناب را با استفاده از رابطه $v = \sqrt{\frac{F.L}{m}}$ به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F.L}{m}} = \sqrt{\frac{۴۰۰ \times ۲۰}{۰/۲}} = ۲۰۰ \text{ m/s}$$

با توجه به نمودار $\frac{۳}{۲}\lambda = ۰/۶ \text{ m}$ است، پس $\lambda = ۰/۴ \text{ m}$ است. با استفاده از رابطه $\lambda = v.T$ ، دوره تناوب موج را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = v.T \Rightarrow ۰/۴ = ۲۰۰ \times T \Rightarrow T = ۰/۰۰۲ \text{ s}$$

حالا با استفاده از $v_{\max} = A\omega$ ، بیشینه تندی و نوسان نقطه M را به دست می‌آوریم:

$$v_{\max} = A\omega = ۰/۰۴ \times \frac{۲\pi}{T} = ۰/۰۴ \times \frac{۲ \times ۳}{۰/۰۰۲} = ۱۲۰ \text{ m/s}$$

باتوجه به داده‌های تست می‌توانیم سرعت انتشار موج در طناب را حساب کنیم:

$$\left. \begin{aligned} F &= ۱۲/۵ \text{ N} \\ \mu &= ۵ \text{ g/m} = ۵ \times ۱۰^{-۳} \text{ kg/m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{۱۲/۵}{۵ \times ۱۰^{-۳}}} = ۵۰ \text{ m/s}$$

می‌دانیم حرکت موج در طناب یکنواخت است؛ بنابراین:

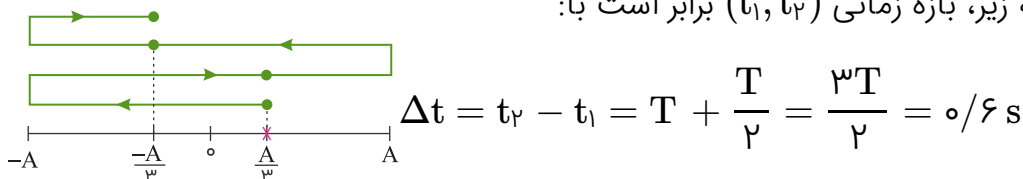
$$\Delta x = v\Delta t = ۵۰ \times ۴ \times ۱۰^{-۳} = ۰/۲ \text{ m} = ۲۰ \text{ cm}$$

باتوجه به اینکه سرعت انتشار امواج الکترومغناطیسی در خلأ یکسان است، می‌توان نتیجه گرفت که بسامد با طول موج نسبت وارون دارد:

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \frac{\text{فرابنفش } f}{\text{بنفش } f} = \frac{\text{بنفش } \lambda}{\text{فرابنفش } \lambda} = \frac{۰/۴ \mu\text{m}}{۱۰۰ \text{ A}^\circ} = \frac{۰/۴ \times ۱۰^{-۶}}{۱۰۰ \times ۱۰^{-۱۰}} = \frac{۴ \times ۱۰^{-۷}}{۱۰^{-۸}} = ۴ \times ۱۰^1 = ۴۰$$

باتوجه به نمودار مکان - زمان، $\frac{3T}{4} = 0/3 \text{ s}$ است، در نتیجه $T = 0/4 \text{ s}$ می باشد. همچنین مسیر حرکت نوسانگر در بازه زمانی (t_1, t_2) به صورت شکل زیر است.

باتوجه به مسیر نوسانگر و نکته زیر، بازه زمانی (t_1, t_2) برابر است با:



نکته: در مدت $\frac{T}{2}$ ، نوسانگر از مکان $+x$ به مکان $-x$ می رسد، جهت حرکت آن

قرینه می شود و مسافت $2A$ را در این مدت طی می کند.

باتوجه به مسیر، مسافت طی شده در این مدت برابر $\ell = 4A + 2A = 6A = 0/18 \text{ m}$ است. بنابراین سرعت متوسط در این بازه برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{0/18}{0/6} = 3 \text{ m/s}$$

$$E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m v_{\max}^2$$

$$v_m = A \omega \Rightarrow \omega = A \times 2 \Rightarrow A = \frac{\omega}{2} \text{ (m)}$$

$$U_{\max} = E = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow U_{\max} = \frac{1}{2} \times 200 \times \left(\frac{\omega}{2}\right)^2 = 100 \times \frac{\omega^2}{4} \\ \Rightarrow U_{\max} = 625 \text{ (J)}$$

$$k = m \omega^2 \Rightarrow 200 = m \times (2)^2 \Rightarrow 4m = 200 \Rightarrow m = 50 \text{ (kg)}$$

$$U_{\max} = K_{\max} = \frac{1}{2} m v_m^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times (\omega)^2 = 25 \times \omega^2 = 625 \text{ (J)}$$

گام اول: یک صدا که زودتر به گوش شنونده می‌رسد ناشی از موجی است که از دیواره لوله می‌گذرد که مدت‌زمان رسیدن آن به گوش شخص برابر است با:

$$\Delta t_1 = \frac{L}{v_1} = \frac{L}{1200}$$

گام دوم: صدای دیگری که یک ثانیه پس از صدای بالا به گوش شخص می‌رسد، ناشی از موجی است که از طریق هوای درون لوله به گوش شخص می‌رسد که مدت‌زمان رسیدن آن به گوش شخص برابر است با:

$$\Delta t_2 = \frac{L}{v_2} = \frac{L}{300}$$

گام سوم: طبق گفته سؤال ۱ $\Delta t_2 = \Delta t_1 + 1$ است. بنابراین:

$$\Delta t_2 = \Delta t_1 + 1 \Rightarrow \frac{L}{300} = \frac{L}{1200} + 1 \Rightarrow \frac{3L}{1200} = 1 \Rightarrow L = 400 \text{ m}$$

گام اول: ابتدا مکان جسم در لحظه $t_1 = \frac{1}{60} \text{ s}$ را به دست می‌آوریم.

$$x(t_1 = \frac{1}{60}) = 0.2 \cos(20\pi \times \frac{1}{60}) = 0.2 \cos(\frac{\pi}{3}) = 0.1 \text{ m}$$

گام دوم: با استفاده از رابطه زیر جرم وزنه را به دست می‌آوریم:

$$|F| = kx \xrightarrow{k=m\omega^2} |F| = m\omega^2 x$$

$$|F| = m\omega^2 x \Rightarrow 10 = m \times (20\pi)^2 \times 0.1$$

$$\Rightarrow 100 = m \times 400\pi^2 \Rightarrow m = \frac{1}{40} \text{ kg} = 25 \text{ g}$$

وقتی پدیده تشدید رخ می‌دهد که بسامد طبیعی ساختمان برابر با بسامد نیروی زلزله شود یعنی $f_d = f_0$ شود در این حالت ساختمان با حداکثر دامنه نوسان می‌کند و به شدت آسیب می‌بیند.

$$f_0 = 500 \text{ Hz} \Rightarrow T = \frac{1}{f} = 0.002 \text{ s}$$

دوره تغییرات انرژی پتانسیل نوسانگر، نصف دوره حرکت آن است.

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \xrightarrow{A=4\text{ cm}} 40 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 0.1 \times \omega^2 \times (4 \times 10^{-2})^2$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^{-2} = 8 \times 10^{-5} \times \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 500 \Rightarrow \omega = 10\sqrt{5} \text{ (rad/s)}$$

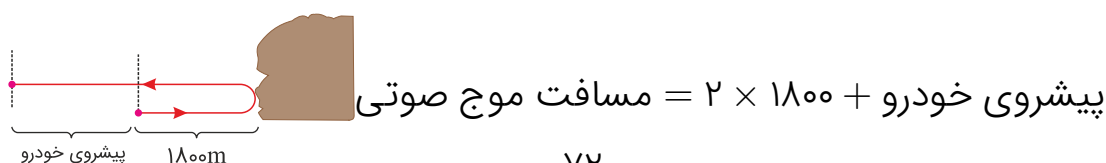
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\sqrt{5}} = \frac{\pi\sqrt{5}}{25} \text{ (s)}$$

$$\Rightarrow T_U = \frac{T}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{\pi\sqrt{5}}{25} \Rightarrow T_U = \frac{\pi\sqrt{5}}{50} \text{ (s)}$$

$$\text{جابه جایی قله} = \Delta x = x_2 - x_1 = 3\frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}$$

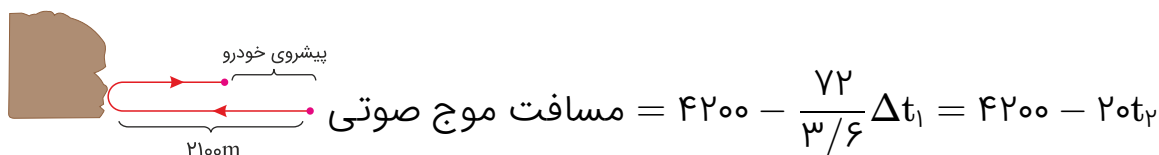
$$\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta t}{T} \Rightarrow \frac{\frac{\lambda}{2}}{\lambda} = \frac{\Delta t}{T} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2} \xrightarrow{T=\frac{1}{f}} \Delta t = \frac{1}{2f} = \frac{1}{100} \text{ s}$$

گام اول: در مدتی که اتومبیل بوق را به صدا درمی آورد تا زمانی که صدای پژواک از صخره (۱) را بشنود، صوت مسیری مطابق شکل زیر را طی می کند. اگر این زمان Δt_1 باشد داریم:



$$\ell = 3600 + \frac{72}{3/6} \times \Delta t_1 = 3600 + 20t_1$$

گام دوم: صدای پژواک از صخره (۲) از لحظه بوق زدن تا لحظه رسیدن به اتومبیل مسیر زیر را طی می کند.



$$\text{مسافت موج صوتی} = 4200 - \frac{72}{3/6} \Delta t_1 = 4200 - 20t_2$$

گام سوم: از طرفی مسافت از رابطه $\ell = v \times \Delta t$ نیز به دست می آید. بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} 3600 + 20t_1 &= 320t_1 \Rightarrow 300t_1 = 3600 \Rightarrow t_1 = 12 \text{ s} \\ 4200 - 20t_2 &= 320t_2 \Rightarrow 340t_2 = 4200 \Rightarrow t_2 \simeq 12/3 \text{ s} \end{aligned} \right\} t_2 - t_1 \simeq 12/3 - 12 = 0/3 \text{ s}$$

$$\Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 52 - 40 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 1/2 \Rightarrow (10)^{1/2} = (10^{0/3})^4 = 2^4$$

$$\frac{I_2}{I_1} = 2^4, \quad \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = 2^2 \Rightarrow A_2 = 4A_1$$

اگر نوسانگر ساده‌ای را از وضع تعادل، خارج و سپس رها کنیم، با بسامد طبیعی نوسانگر شروع به نوسان می‌کند. این بسامد جزء ویژگی‌های ساختاری نوسانگر است و ما نمی‌توانیم بدون تغییر شرایط فیزیکی دستگاه، آن را تغییر دهیم. بسامد طبیعی دستگاه وزنه - فنر (f_0) برابر است با:

$$f = \frac{1}{T}, \quad f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

این رابطه نشان می‌دهد که بسامد طبیعی دستگاه وزنه - فنر به جرم وزنه و ثابت فنر بستگی دارد و ما نمی‌توانیم دامنه نوسان را تغییر دهیم. اما این کار تأثیری در اندازه f_0 ندارد. نوسانگرهایی که با نیروهای اتلاف گر تغییر نمی‌کنند، دامنه آن‌ها با گذشت زمان ثابت می‌ماند و مادام‌العمر به حرکت نوسانی خود ادامه می‌دهند. کاهش انرژی نوسانگر به صورت کاهش تدریجی دامنه آن و درنهایت، توقف نوسانگر بروز می‌یابد. چنین نوسانی را نوسان میرا می‌نامیم.

نکته: در نوسان میرا، دامنه نوسان به تدریج کاهش می‌یابد، اما دوره آن ثابت می‌ماند. نتیجه: اگر بسامد نیروی محرک برابر بسامد طبیعی نوسانگر باشد، بیشترین انرژی به نوسانگر منتقل و دامنه نوسان آن بیشینه می‌شود. به این پدیده "تشدید" می‌گویند.

مکان‌های داده شده را در معادله قرار داده و زمان‌های متناظر را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} x = A \cos \omega t \xrightarrow{x=\frac{A}{2}} \frac{A}{2} &= A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = \frac{1}{2} \Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{3} \\ \Rightarrow t = \frac{T}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{6} \Rightarrow x = A \cos \omega t \xrightarrow{x=0} 0 &= A \cos \omega t \Rightarrow t = \frac{T}{4} \\ \Rightarrow t_2 = \frac{T}{4} - \frac{T}{6} = \frac{T}{12} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{\frac{T}{6}}{\frac{T}{12}} = 2 \Rightarrow t_1 &= 2t_2 \end{aligned}$$

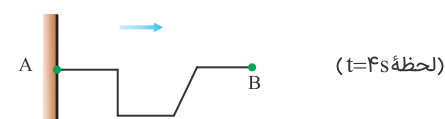
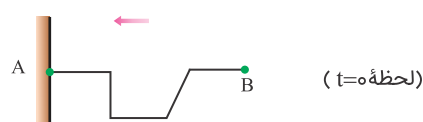
تپ با تندی 1 m/s در حال پیشروی به سمت چپ است؛ بنابراین پس از آنکه در لحظه $t = 0$ نقطه B از طناب را محکم نگه می‌داریم، برای بخش‌های واقع در سمت راست و چپ نقطه B در مدت $\Delta t = 4 \text{ s}$ اتفاق‌های متفاوتی رخ می‌دهد:

بخش واقع در سمت راست نقطه B: چون طول این بخش ۲ متر است ($BC = 2 \text{ m}$)، تپ واقع در آن یک‌بار حرکت رفت و برگشت انجام می‌دهد و به عبارتی از نقطه B یک‌بار بازتاب می‌شود:

$$\Delta x = v \Delta t = 1 \times 4 = 4 \text{ m} \Rightarrow \Delta x = 2 BC$$

بخش واقع در سمت چپ نقطه B: طول این بخش ۱ متر است (لحظه $t=0$)؛ بنابراین تپ واقع در آن دو بار حرکت رفت و برگشت انجام می‌دهد و به عبارتی از نقطه A، دو بار بازتاب می‌شود:

$$\Delta x = v \Delta t = 1 \times 4 = 4 \text{ m} \Rightarrow \Delta x = 4 AB$$



$$\left\{ \begin{array}{l} v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad (1) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu = \frac{m}{L} \xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{صورت و مخرج را بر } V \text{ (حجم)}} \mu = \frac{\frac{m}{V}}{\frac{L}{V}} \xrightarrow{V=AL} \mu = \frac{\rho}{\frac{L}{AL}} = \frac{\rho}{\frac{1}{A}} \Rightarrow \mu = \rho A \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{40}{2 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-7}}} = \sqrt{4 \times 10^4} \Rightarrow v = 200 \text{ m/s}$$

طبق معادله موج داده شده در صورت سؤال، $\omega = 400\pi$ است، پس:

$$\omega = 400\pi \Rightarrow 2\pi f = 400\pi \Rightarrow f = 200 \text{ Hz}$$

مسافتی که موج در یک دوره طی می‌کند، برابر با یک طول موج است.

$$\text{مسافت طی‌شده در یک دوره} = \lambda = \frac{v}{f} = \frac{200}{200} = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

هنگامی که اندازه سرعت نوسانگر از بیشینه به صفر می‌رسد، یعنی نوسانگر از نقطه تعادل به سمت نقطه بازگشتی می‌رود و در این هنگام اندازه شتاب نوسانگر از صفر به بیشینه می‌رسد.

انرژی مکانیکی نوسانگر در همه مکان‌ها، یکسان است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = 2\pi^2 m A^2 f^2 \\ \Rightarrow E &= \frac{1}{2} \times m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \times (20 \times 10^{-3}) \times (200)^2 \times (0.04)^2 \\ &= 10^{-2} \times (4 \times 10^4) \times (16 \times 10^{-4}) = 0.64 \text{ (J)} \end{aligned}$$

دوره نوسان آونگ، پس از کاهش طول آن برابر است با:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{0.81L_1}{L_1}} = 0.9 \Rightarrow T_2 = 0.9T_1$$

$$T_2 = 0.9 \times 2 = 1.8 \text{ s}$$

چون دوره نوسان آونگ کاهش یافته است ($T_2 < T_1$)، آونگ سریع‌تر از قبل کار می‌کند و ساعت جلو می‌افتد. ساعت طوری تنظیم شده که با هر نوسان آونگ، ۲ s به آن اضافه می‌شود. پس از کاهش طول آونگ، دوره آن به ۱/۸ s می‌رسد. با این موارد گفته شده می‌توان گفت که آونگ در مدت ۱/۸ s یک نوسان انجام می‌دهد، اما ساعت به اشتباه این زمان را ۲ s نشان می‌دهد. حال در مدت یک شبانه‌روز (۲۴ h) خطا را به دست می‌آوریم:

<u>زمان واقعی سپری شده</u>	<u>خطای زمانی ساعت</u>
$1/8 \text{ s}$	0.2 s
$24 \times 60 \text{ min}$	Δt
$\Rightarrow \Delta t = \frac{24 \times 60 \times 0.2}{1/8} = 160 \text{ (min)}$	

اگر فاصله منبع و شنونده در حال کاهش باشد، بسامد شنیده شده بیشتر از بسامد واقعی منبع است. بنابراین در اینجا بسامد شنیده شده بیشتر از بسامد واقعی منبع است. طول موج دریافتی تنها به حرکت منبع وابسته است و اگر منبع ساکن باشد، طول موج دریافتی شنونده تغییر نمی‌کند.

دوره حرکت نوسانی ربطی به دامنه آن ندارد پس با تغییر دامنه، دوره حرکت و نیز بسامد آن ثابت مانده یا یک برابر می‌شوند پس $a = 1$ است. مسافت طی شده در هر دوره برابر است با $4A$ پس $b = 4$ است. حاصل ضرب بسامد در دوره برابر است با عدد یک.

$$T \times f = 1 \Rightarrow c = 1$$

طبق رابطه $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ با چهار برابر شدن k ، مقدار ω دو برابر خواهد شد و $d = 2$ است.

$$2a + \frac{b}{c} + \log c + 3d = 2 \times 1 + \frac{4}{1} + \log 1 + 3 \times 2 = 2 + 4 + 0 + 6 = 12$$

